

Extrait du
*Bulletin de la Société Royale
des Sciences de Liège*

n° 11 — 1951

Sur une démonstration d'irréductibilité

par CARLO FELICE MANARA
(Milan) (*)

Dans un brève note « A propos d'une surface du quatrième ordre » parue dans ce Bulletin (1951, Nos 6-7), M.B. d'Orgeval se réfère à un de mes travaux « Sulla esistenza di curve algebriche piane irriducibili aventi dati caratteri plückeriani » publiée dans le Bollettino dell'Unione Matematica Italiana (1951). Ce bref travail, qui a attiré l'attention de M. d'Orgeval, a pour but principal (comme l'indique le titre même) la démonstration de l'existence effective d'une certaine courbe plane irréductible, d'ordre huit, ayant 14 cuspidés et deux nodes, qui avait été niée. La considération de la surface du quatrième ordre ayant une droite double et d'autres singularités est seulement un moyen pour atteindre ce but; en outre, la démonstration a été poursuivie volontairement au moyen de procédés fort élémentaires, par suite en un certain sens moins rapides et élégants, pour que en compensation la validité de la démonstration soit immédiatement à l'abri de toute critique.

A juste titre, M. d'Orgeval fait observer que la démonstration peut être de beaucoup simplifiée en utilisant les résultats obtenus par M.O. Chisini dans l'étude des formes limites des courbes de diramation des plans multiples. Toutefois, la démonstration que l'auteur propose laisse place à quelque doute car il n'apparaît pas clairement comment on est conduit au but par la considération d'un faisceau (linéaire) de courbes obtenu en combinant linéairement deux formes limites de courbes de diramation.

Toutefois, l'observation de l'auteur est utile en tant que son désir d'obtenir une démonstration plus simple peut être satisfait par une démonstration brève et élégante, qui va être indiquée ici.

(*) Présenté par M.L. GODEAUX.

Étant donnée une surface F du quatrième ordre ayant une droite double r , deux points doubles biplanaires et deux points doubles coniques, tous isolés et en position générique par rapport à r , il faut démontrer que la courbe de diramation φ du plan triple obtenu en projetant F d'un de ses points O générique sur un plan générique, est irréductible.

Cela résulte immédiatement de la considération d'une seule forme limite de la courbe φ , par exemple la courbe φ obtenue en faisant tendre O vers un des points biplanaires. Comme l'auteur l'observe (et c'est un fait bien connu), φ est formée d'une courbe du quatrième ordre C ayant deux nodes et un rebroussement et du couple de ses bitangentes compté deux fois. En outre, chacun des points de contact de ces bitangentes avec C est limite de trois cuspidés de la courbe φ variable. Ces cuspidés sont essentiels pour φ et sont des points de connexion entre la partie de φ qui tend vers C et celle qui tend vers le couple de droites doubles, comme cela résulte d'une analyse topologique récente due à M.O. Chisini; ces résultats ont fait l'objet d'une communication de ce dernier au récent Congrès de l'Unione Matematica Italiana (Taormina, 1951).

Il suffit dès lors de reconnaître l'irréductibilité de la courbe C pour que l'on puisse affirmer que la courbe limite provient d'une courbe variable connexe.

